

التمرين الأول (4 نقط):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = \frac{1}{3}$ و $u_{n+1} = \frac{1+u_n}{3-u_n}$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين أن لكل n من \mathbb{N} لدينا $0 < u_n < 1$ 0.5

(2) (أ) بين أن لكل n من \mathbb{N} لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}$ 0.5

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة. 0.5

(3) نضع لكل n من \mathbb{N} $v_n = \frac{1}{1 - u_n}$

(أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول. 0.75

(ب) حدد v_n بدلالة n ، واستنتج أن $u_n = \frac{n+1}{n+3}$ لكل n من \mathbb{N} 0.75

(ج) احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.5

(4) انطلاقا من أية قيمة للعدد n يكون $u_n \geq \frac{1011}{1012}$ ؟ 0.5

التمرين الثاني (5 نقط):

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 6z + 13 = 0$ 0.75

(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي a و b و c حيث $a = 3 + 2i$ و $b = 3 - 2i$ و $c = -1 - 2i$

(أ) اكتب $\frac{c-b}{a-b}$ على الشكل المثلثي. 0.5

(ب) استنتج طبيعة المثلث ABC 0.5

(3) ليكن R الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ، ولتكن M نقطة من المستوى لحقها z و M' التي لحقها z' صورة

النقطة M بالدوران R ، ولتكن D النقطة التي لحقها $d = -3 - 4i$

(أ) اكتب z' بدلالة z 0.5

(ب) تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R 0.25

(4) (أ) بين أن النقط A و C و D مستقيمية. 0.5

(ب) حدد نسبة التحاكي h الذي مركزه C ويحول A إلى D . 0.5

(ج) حدد اللحق m للنقطة E بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع. 0.5

(5) (أ) بين أن $\frac{d-a}{m-b}$ عدد حقيقي. 0.5

(ب) استنتج أن الرباعي $ABED$ شبه منحرف متساوي الساقين. 0.5

<p style="text-align: right;">التمرين الثالث (3 نقط) :</p> <p>نعتبر الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي $h(x) = x + \ln x$</p> <p>(1) بين أن الدالة h تزايدية قطعاً على $]0; +\infty[$ 0.5</p> <p>(2) حدد $h(]0; +\infty[)$ 0.5</p> <p>(3) استنتج أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في $]0; +\infty[$ 0.5</p> <p>(ب) أثبت أن $0 < \alpha < 1$ 0.5</p> <p>(4) تحقق أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$ 0.5</p> <p>(ب) استنتج أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2$ 0.5</p>	0.5
<p style="text-align: right;">مسألة (8 نقط):</p> <p>نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$</p> <p>ليكن (C) منحنى f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة: 1 cm)</p> <p>(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأول النتيجة هندسياً. 0.5</p> <p>(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 0.5</p> <p>(ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم أول النتيجة هندسياً. 0.75</p> <p>(3) بين أن لكل x من \mathbb{R} لدينا $f'(x) = (x-1)e^{-x+1}$ 0.75</p> <p>(ب) ضع جدول تغيرات الدالة f 0.5</p> <p>(4) احسب $f''(x)$ لكل x من \mathbb{R} 0.5</p> <p>(ب) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها 2 0.5</p> <p>(5) أنشئ المنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (ناخذ $f(2) \approx 1,25$) 1</p> <p>(6) حدد القيمة الدنيا للدالة f واستنتج أن لكل x من \mathbb{R} ، $e^{x-1} \geq x$ 0.5</p> <p>(7) باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب : $\int_0^2 xe^{-x} dx$ 0.5</p> <p>(ب) استنتج أن : $\int_0^2 f(x) dx = 4 - e + 3e^{-1}$ 0.5</p> <p>(8) لتكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty, 1]$ 0.5</p> <p>(أ) بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده . 0.5</p> <p>(ب) أنشئ المنحنى الممثل للدالة g^{-1} في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 0.75</p> <p>(ج) انطلاقاً من المنحنى الممثل للدالة g^{-1} ، حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{g^{-1}(x)}{x} \right)$ 0.25</p>	0.5

(1) نعلم مما سبق أن: (2-ب)

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}$$
 إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$ هي إشارة $3 - u_n$:
 نعلم أن: $0 < u_n < 1$ إذن $3 - u_n > 0$
 ومنه: $u_{n+1} - u_n \geq 0$ أي أن (u_n) متتالية **تزايدية** وبما أنها **مكبورة** :
 فإنها متقاربة

(3) $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_n = \frac{1}{1 - u_n}$ (3-أ)
 ليكن $n \in \mathbb{N}$ لدينا:

$$v_{n+1} = \frac{1}{1 - u_{n+1}} = \frac{1}{1 - \frac{1 + u_n}{3 - u_n}}$$

$$= \frac{1}{\frac{3 - u_n - (1 + u_n)}{3 - u_n}} = \frac{1}{\frac{2 - 2u_n}{3 - u_n}}$$

$$= \frac{3 - u_n}{2 - 2u_n} = \frac{3 - u_n}{2(1 - u_n)}$$

إذن:

$$v_{n+1} - v_n = \frac{3 - u_n}{2(1 - u_n)} - \frac{1}{1 - u_n}$$

$$= \frac{3 - u_n - 2}{2(1 - u_n)} = \frac{(1 - u_n)}{2(1 - u_n)} = \frac{1}{2}$$

إذن: $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$

ومنه (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{2}$.

حساب الحدة الأولى: (يعني v_0):

$$v_0 = \frac{1}{1 - u_0} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

(3-ب) v_n بدلالة n :

بما أن (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{2}$ فإن:

$$(\forall n \in \mathbb{N}); \quad v_n = v_0 + (n - 0) \times \frac{1}{2}$$

إذن: $v_n = \frac{3}{2} + \frac{n}{2}$

الاستنتاج: نعلم أن لكل n من \mathbb{N} :

$$\frac{1}{v_n} = 1 - u_n \quad \text{إذن:} \quad v_n = \frac{1}{1 - u_n}$$

تصحيح مقترح لموضوع الرياضيات
 الدورة الاستدراكية - موسم 2020-2021

المبرهن الأول:

$$u_0 = \frac{1}{3}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{1 + u_n}{3 - u_n}$$

(1) نبين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}); \quad 0 < u_n < 1$

من أجل $n=0$ لدينا:

$$0 < u_0 < 1 \Leftrightarrow 0 < \frac{1}{3} < 1$$

وهذا صحيح إذن العبارة $0 < u_0 < 1$ صحيحة.

ليكن $n \in \mathbb{N}$ نفترض أن: $0 < u_n < 1$

ونبين أن: $0 < u_{n+1} < 1$

لدينا:

$$0 < u_n < 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 + u_n < 2 \\ -1 < -u_n < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 + u_n < 2 \\ 2 < 3 - u_n < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 + u_n < 2 \\ \frac{1}{3} < \frac{1}{3 - u_n} < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 \times \frac{1}{3} < \frac{1 + u_n}{3 - u_n} < 2 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < u_{n+1} < 1$$

إذن العبارة صحيحة من أجل $(n+1)$.

وحسب مبدأ البرهان بالترجع لدينا:

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 < u_n < 1$$

(2-أ) ليكن n من \mathbb{N} لدينا:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1 + u_n}{3 - u_n} - u_n$$

$$= \frac{1 + u_n - u_n(3 - u_n)}{3 - u_n} = \frac{1 - 2u_n + u_n^2}{3 - u_n}$$

إذن: $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} - u_n = \frac{(1 - u_n)^2}{3 - u_n}$

(2) $i = \cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2})$ لدينا

$$\frac{c-b}{a-b} = [1; \frac{\pi}{2}]$$

الاستنتاج (ب-2)

$$|\frac{c-b}{a-b}| = 1 \Rightarrow BC = AB$$

(أ) ABC متساوي الساقين في B

$$\arg(\frac{c-b}{a-b}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

وهذا يعني أن ABC قائم الزاوية في B

وبالتالي : $\{ \text{ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في B} \}$

(3) K دوران مركزه B وزاوية $\frac{\pi}{2}$

$$z' - z_B = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_B) \quad \text{نقلنا : (أ-3)}$$

$$z' = z_B + e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_B)$$

$$= 3 - 2i + i(z - 3 + 2i)$$

$$= 3 - 2i + iz - 3i - 2$$

$$z' = iz + 1 - 5i$$

(ب-3) التحقق :

$$z' = iz + 1 - 5i \quad \text{نقلنا}$$

حيث z هو لحن الصورة

$$iz_A + 1 - 5i = i(3+2i) + 1 - 5i$$

$$= 3i - 2 + 1 - 5i = -1 - 2i = z_C$$

$$z_C = iz_A + 1 - 5i$$

وهذا يعني أن C هي صورة A بالدوران

R

$$\frac{2}{3+n} - 1 = -u_n \quad \text{وضعه :}$$

$$\frac{-1-n}{3+n} = -u_n \quad \text{نجد : } \frac{2-3-n}{3+n} = -u_n \quad \text{نجد :}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n = \frac{n+1}{n+3}$$

(ج-3) حساب $\lim u_n$:

$$u_n = \frac{n+1}{n+3} = \frac{n(1+\frac{1}{n})}{n(1+\frac{3}{n})} \quad \text{لدينا :}$$

$$\lim u_n = \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{3}{n}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$u_n = \frac{n+1}{n+3} \quad \text{(4) نفكر أن :}$$

$$u_n \geq \frac{1011}{1012} \Leftrightarrow \frac{n+1}{n+3} \geq \frac{1011}{1012}$$

$$\Leftrightarrow 1012(n+1) \geq 1011(n+3)$$

$$\Leftrightarrow 1012n + 1012 \geq 1011n + 3033$$

$$\Leftrightarrow 1012n - 1011n \geq 3033 - 1012$$

$$\Leftrightarrow n \geq 2021 \quad \text{" } \frac{3033}{1} - \frac{1012}{1} = \frac{2021}{1} \text{ "}$$

اذن أصغر قيمة يأخذها n هي 2021

وبالتالي يكون لدينا : $u_n \geq \frac{1011}{1012}$
انتظا قما القيمة 2021

التبرير الثاني

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 13 = 36 - 52 = -16 < 0$$

حلان عديان مترافقان :

$$z_1 = \frac{6-i4}{2} = \frac{2(3-2i)}{2} = 3-2i$$

$$z_2 = \bar{z}_1 = 3+2i$$

$$a = 3+2i; b = 3-2i; c = -1-2i \quad (2)$$

$$\frac{c-b}{a-b} = \frac{-1-2i-(3-2i)}{3+2i-(3-2i)} \quad (أ-2)$$

$$= \frac{-4}{4i} = \frac{-1}{i} = \frac{-i}{i^2} = i$$

(3)

$$\frac{d-a}{m-b} = \frac{-3-4i-3-2i}{1-4i-3+2i}$$

$$= \frac{-6-6i}{-2-2i} = \frac{-6(1+i)}{-2(1+i)} = 3$$

$$\boxed{\frac{d-a}{m-b} \in \mathbb{R}} \quad \text{وهذا :}$$

$$\frac{d-a}{m-b} \in \mathbb{R} \quad \text{بما أن : (5-ب)}$$

$$\arg\left(\frac{d-a}{m-b}\right) \equiv 0 [2\pi]$$

$$(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{AD}) \equiv 0 [2\pi] \quad \text{أي أن :}$$

$$(\overrightarrow{BE}) \parallel (\overrightarrow{AD}) \quad \text{وبالتالي :}$$

ان الرباعي ABED له ضلعان متقابلان متوازيان هما [BE] و [AD].

أي أن : $\boxed{\text{ABED شبة منحرف}}$

التمرين الثالث :

$$\forall x \in]0, +\infty[\quad h(x) = x + \ln x$$

(1) لكل x من $]0, +\infty[$ لدينا :

$$h'(x) = x' + \ln'(x) = 1 + \frac{1}{x} > 0$$

(لأن $x > 0$)

وهذا h تزايدية قطعية على $]0, +\infty[$.

(2) لدينا h دالة **متصلة** على $]0, +\infty[$ (مجموع دالتين متصلتين)

وبما أنها **تزايدية** فإن :

$$h(]0, +\infty[) = \left] \lim_{x \rightarrow 0} h(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) \right[$$

$$=]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x + \ln x = -\infty \quad \text{لأن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \ln x = +\infty$$

(4-أ) استقامة A و C و D : لدينا :

$$\frac{c-a}{d-a} = \frac{-1-2i-(3+2i)}{-3-4i-(3+2i)}$$

$$= \frac{-4-4i}{-6-6i} = \frac{4+4i}{6+6i} = \frac{4(1+i)}{6(1+i)}$$

$$\frac{c-a}{d-a} = \frac{4}{6} \in \mathbb{R} \quad \text{بما أن :}$$

فإن النقط A و C و D مستقيمة

(4-ب) ملاحظ :

لتكن k نسبة التحاكي h مرتبة C ويعود A إلى D وهذا يعني أن : $h(A) = D$ أي : $\overrightarrow{CD} = k \cdot \overrightarrow{CA}$

$$z_{\overrightarrow{CD}} = d - c = -3-4i - (-1-2i) = -2-2i$$

$$z_{\overrightarrow{CA}} = a - c = 3+2i - (-1-2i) = 4+4i$$

$$-2(-2-2i) = 4+4i \quad \text{نلاحظ أن :}$$

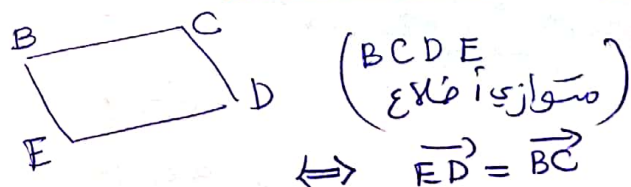
$$-2 z_{\overrightarrow{CD}} = z_{\overrightarrow{CA}} \quad \text{أي أن :}$$

$$-2 \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$$

$$\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{CA} \quad \text{وهذا :}$$

$$\boxed{k = -\frac{1}{2}} \quad \text{وبالتالي :}$$

(4-ج) تحديد m لحق E .



$$\Leftrightarrow d - m = c - b$$

$$\Leftrightarrow m = d - c + b$$

$$m = -3-4i + 1+2i + 3-2i \quad \text{أي :}$$

$$\boxed{m = 1-4i} \quad \text{وهذا :}$$

لحق E هو :

(4)

مسألة

$$(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = 2 - x e^{-x+1}$$

(1) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

لدينا:

$$f(x) = 2 - x e^{-x} \times e^1$$

$$= 2 - \frac{x}{e^x} \times e$$

ونعلم أنه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

إذن:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 - 0 \times e$$

$$= \boxed{2}$$

تأويل هندسي:

المستقيم الذي معادلته: $y = 2$
مقارب أفقي للمنحنى (C) بجوار $(+\infty)$

(2-1)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \frac{x}{e^x} e$$

$$= "2 - \left(\frac{-\infty}{0^+}\right) \times e" = \boxed{+\infty}$$

(لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$)

(2-2) لدينا:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} - e^{-x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} - \frac{e}{e^x} = "0 - \frac{e}{0^+}"$$

$$= \boxed{-\infty}$$

تأويل هندسي: (C) يتقبل فرعاً
شاملاً جميعاً في اتجاه محور الإرتاب
بجوار $(-\infty)$.

(3-1) لكل x من \mathbb{R} لدينا:

$$f'(x) = 2' - x' e^{-x+1} - x(e^{-x+1})'$$

$$= -e^{-x+1} - x(-x+1)' e^{-x+1}$$

$$= -e^{-x+1} + x e^{-x+1} = (x-1) e^{-x+1}$$

(3-1) الاستنتاج:

$$h([0, +\infty[) = \mathbb{R}$$

$$0 \in h([0, +\infty[)$$

وبما أن h دالة متصلة فإن حسب
مبرهنة القيمة الوسيطة المعادلة

$$h(x) = 0 \text{ تقبل حلاً } \alpha \text{ في المجال }]0, +\infty[$$

α وحيد لأن h تزايدية قطعاً

(3-2) لدينا:

$$h([0, 1[) =]-\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} h(x)[$$

$$=]-\infty, 1[$$

$$0 \in h([0, 1[)$$

ومنه: $\alpha \in]0, 1[$ (لأن α وحيد)

أي أن:

$$0 < \alpha < 1$$

(4-1) التحقق:

نعلم أنه: α حل للمعادلة $h(x) = 0$

$$h(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \alpha + \ln \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln \alpha = -\alpha$$

ومنه:

$$h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{1}{\alpha} + \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \frac{1}{\alpha} - \ln(\alpha)$$

$$= \frac{1}{\alpha} - (-\alpha) = \boxed{\frac{1}{\alpha} + \alpha}$$

(4-2) الاستنتاج:

$$h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$$

$$h\left(\frac{1}{\alpha}\right) - 2 = \alpha + \frac{1}{\alpha} - 2$$

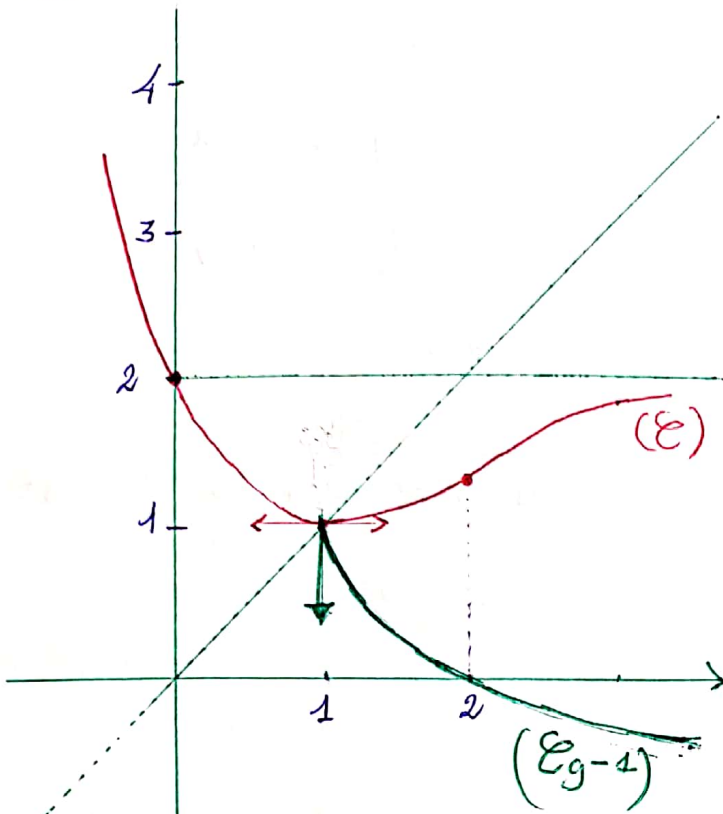
$$= \frac{\alpha^2 + 1 - 2\alpha}{\alpha} = \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha} > 0$$

$$(0 < \alpha < 1)$$

$$\boxed{h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2}$$

وبالتالي:

5



6 من خلال جدول تغيرات f لدينا :

$f(1) = 1$ قيمة دنيا

$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) \geq 1$

$f(x) \geq 1 \Leftrightarrow 2 - x + e^{-x+1} \geq 1$

$\Leftrightarrow -x + e^{-x+1} \geq -1$

$\Leftrightarrow x e^{-x+1} \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{e^{-x+1}}$

$\Leftrightarrow x \leq e^{x-1} \Leftrightarrow e^{x-1} \geq x$

$(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^{x-1} \geq x$

$\int_0^2 x e^{-x} dx$ حساب : (7-1) مكاملة بأجزاء :

$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} ; \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$

$\int_0^2 x e^{-x} dx = [-x e^{-x}]_0^2 - \int_0^2 -e^{-x} dx$
 $= -2e^{-2} - 0 - [-e^{-x}]_0^2$
 $= -2e^{-2} - (e^{-2} - e^0) = [-3e^{-2} + 1]$

3-ب) جدول تغيرات f :

$f'(x) = (x-1) e^{-x+1}$ لدينا :

وبما أن : $e^{-x+1} > 0$ $(\forall x \in \mathbb{R})$:
 فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $(x-1)$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+
$f'(x)$	-	0	+
f	$+\infty$	1	2

$f(1) = 2 - 1 + e^0 = 2 - 1 = 1$

(4-1) لكل x في \mathbb{R} لدينا :

$f''(x) = (f'(x))' = ((x-1) e^{-x+1})'$
 $= (x-1)' e^{-x+1} + (x-1) (e^{-x+1})'$
 $= e^{-x+1} + (x-1) (-x+1)' e^{-x+1}$
 $= e^{-x+1} - (x-1) e^{-x+1}$
 $= (1 - (x-1)) e^{-x+1} = (-x+2) e^{-x+1}$

لذا : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f''(x) = (-x+2) e^{-x+1}$

4-ب) إشارة $f''(x)$ هي إشارة $-x+2$

ولدينا : $f''(x) = 0 \Leftrightarrow -x+2 = 0$
 $\Leftrightarrow [x = 2]$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$-x+2$	+	0	-
$f''(x)$	+	0	-

بما أن f'' تتعدم ،
 وتغير إشارتها في 2 .

نلاحظ (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها .

5) إنشاء (e) .

لأخذ : $f(2) = 1$ ، $f'(2) = 1$

ان نقطة الانعطاف هي $A(2, 1, 1)$

المستأج :

$$\begin{aligned}\int_0^2 f(x) \cdot dx &= \int_0^2 2 - x e^{-x+1} dx \\&= \int_0^2 2 dx - e^1 \int_0^2 x e^{-x} dx \\&= [2x]_0^2 - e^1 (-3e^{-2} + 1) \\&= 4 - 0 + 3e^{-1} - e \\&= \boxed{4 - e + 3e^{-1}}\end{aligned}$$

(8) و قصور f على المجال $] -\infty; 1]$.

يعني $g(x) = 2 - x e^{-x+1}$ ($\forall x \in] -\infty; 1]$)

(أ-8) لدينا :

g دالة متصلة على $] -\infty; 1]$.

g تناقصية قطعا على $] -\infty; 1]$.

اذن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة

على المجال :

$$J = g(] -\infty; 1])$$

$$= f(] -\infty; 1]) = [f(1); \lim_{x \rightarrow -\infty} f]$$

$$\boxed{J = [1; +\infty[}$$
 اذ :

(ب-8) باستاء (\mathcal{E}_g^{-1})

(انظر الشكل السابق)

(ج-8) متحني الدالة g^{-1} يقبل

فرعا متجاوبا في اتجاه محور

الافاصل : بحوار $(+\infty)$ اذ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x} = 0$$